

Hong Kong Mathematics Olympiad (2003 – 2004)

Heat Event (Group)

香港數學競賽 (2003 – 2004)

初賽項目 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 若  $x = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \cdots + \frac{99}{100}\right)$ ，求  $x$  的值。

If  $x = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \cdots + \frac{99}{100}\right)$ , find the value of  $x$ .

2. 若  $z$  是方程  $6 \times 4^x - 13 \times 6^x + 6 \times 9^x = 0$  的正數根，求  $z$  的值。

If  $z$  is the positive root of the equation  $6 \times 4^x - 13 \times 6^x + 6 \times 9^x = 0$ , find the value of  $z$ .

3. 若最多有  $k$  個互不全等的登腰三角形，其周界為 25 cm 及其三邊的長度以 cm 表示時均為正整數，求  $k$  的值。

If there are at most  $k$  mutually non-congruent isosceles triangles whose perimeter is 25 cm and the lengths of the three sides are positive integers when expressed in cm, find the value of  $k$ .

4. 已知  $a$ 、 $b$  為實數並且滿足  $a^3 = 2004$  及  $b^2 = 2004$ 。若滿足不等式  $a < x < b$  的整數  $x$  有  $h$  個，求  $h$  的值。

Given that  $a$ ,  $b$  are positive real numbers satisfying  $a^3 = 2004$  and  $b^2 = 2004$ . If the number of integers  $x$  that satisfy the inequality  $a < x < b$  is  $h$ , find the value of  $h$ .

5. 若  $R$  個連續正整數之和是 1000 (其中  $R > 1$ )，求  $R$  的最小值。

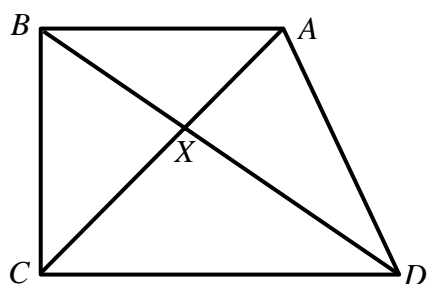
If the sum of  $R$  consecutive integers is 1000 (where  $R > 1$ ), find the least value of  $R$ .

6. 若  $a$ 、 $b$  及  $c$  是正整數且  $abc + ab + bc + ca + a + b + c = 2003$ ，求  $abc$  的最小值。

If  $a$ ,  $b$  and  $c$  are positive integers such that  $abc + ab + bc + ca + a + b + c = 2003$ , find the least value of  $abc$ .

7. 在圖中， $ABCD$  是梯形， $AB$ 、 $CD$  垂直於  $BC$ ，對角線  $AC$  和  $BD$  相交於  $X$ 。若  $AB = 9$  cm， $BC = 12$  cm， $CD = 16$  cm， $\triangle BXC$  的面積為  $W$  cm<sup>2</sup>，求  $W$  的值。

In the figure,  $ABCD$  is a trapezium, the segments  $AB$  and  $CD$  are both perpendicular to  $BC$  and the diagonals  $AC$  and  $BD$  intersect at  $X$ . If  $AB = 9$  cm,  $BC = 12$  cm and  $CD = 16$  cm, and the area of  $\triangle BXC$  is  $W$  cm<sup>2</sup>, find the value of  $W$ .

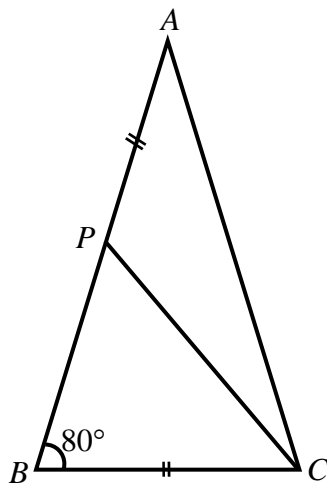


8. 設  $y = \log_{1400} \sqrt{2} + \log_{1400} \sqrt[3]{5} + \log_{1400} \sqrt[6]{7}$ ，求  $y$  的值。

Let  $y = \log_{1400} \sqrt{2} + \log_{1400} \sqrt[3]{5} + \log_{1400} \sqrt[6]{7}$ , find the value of  $y$ .

9. 在圖中， $\triangle ABC$  是等腰三角形， $AB = AC$  及  $\angle ABC = 80^\circ$ 。若  $P$  是  $AB$  上一點使得  $AP = BC$ ， $\angle ACP = k^\circ$ ，求  $k$  的值。

In the figure,  $\triangle ABC$  is an isosceles triangle with  $AB = AC$  and  $\angle ABC = 80^\circ$ . If  $P$  is a point on  $AB$  such that  $AP = BC$ ,  $\angle ACP = k^\circ$ , find the value of  $k$ .



10. 若點  $P(a, b)$  在直線  $x - y + 1 = 0$  上使得點  $P$  與點  $A(1, 0)$  之間的距離和點  $P$  與點  $B(3, 0)$  之間的距離之和為最小，求  $a + b$  的值。

Suppose  $P(a, b)$  is a point on the straight line  $x - y + 1 = 0$  such that the sum of the distance between  $P$  and the point  $A(1, 0)$  and distance between  $P$  and the point  $B(3, 0)$  is the least, find the value of  $a + b$ .